



007年10月高等教育自学考试

高等数学（一）试题

课程代码：00020

一、单项选择题（本大题共5小题，每小题2分，共10分）

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1. 设 $f(x-1) = x^3 - 1$ ，则 $f(x) =$ ()

A. $x^3 + 2x^2 + 2x$

B. $x^3 + 3x^2 + 3x$

C. $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$

D. $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

2. 下列极限存在的是 ()

A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{e^x - 1}$

B. $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}}$

C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x$

D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{1 - x^2}$

3. 曲线 $y = e^{-x^2}$ 上拐点的个数是 ()

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

4. $\frac{d}{dx} \left(\int_a^b \sin x^2 dx \right) =$ ()

A. $\sin x^2$

B. 0

C. $\cos x^2$

D. $2x \cos x^2$

5. $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx =$ ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. 1

D. -1

二、填空题（本大题共10小题，每小题3分，共30分）请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

6. 函数 $y = \log_4 2 + \log_4 \sqrt{x}$ 的反函数是_____.

7. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \sin \frac{\pi}{2n} =$ _____.

8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} =$ _____.



9. 设某商品市场需求函数为 $D=10-\frac{P}{2}$, 则 $p=3$ 时的需求价格弹性是_____.

10. 函数 $y=x^2-4$ 在区间 $[-3, 2]$ 上的最大值是_____.

11. 设 $\int f(x)dx = \frac{\sin x}{x} + C$, 则 $f(x) =$ _____.

12. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} =$ _____.

13. 微分方程 $y' = xy + x + y + 1$ 的通解是_____.

14. 设 $z = a^{xy}, a > 1$, 则 $dz =$ _____.

15. 设 $D = \{(x, y) | -1 \leq x \leq 0, 0 \leq y \leq 1\}$, 则 $\iint_D x^2 dx dy =$ _____.

三、计算题 (一) (本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

16. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x}$.

17. 设 $y = \ln \tan \frac{x}{2}$, 求 y' .

18. 求不定积分 $\int \frac{1-x}{\sqrt{9-4x^2}} dx$.

19. 求定积分 $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\sin^2 x} dx$.

20. 设函数 $z = z(x, y)$ 是由方程 $x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$ 所确定的隐函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$.

四、计算题 (二) (本大题共 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分)

21. 设 $y = \cos^2 x \ln x$, 求 y'' .

22. 求定积分 $\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^1 \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx$.

23. 设 D 是由直线 $y=x, y=2x$ 及 $y=2$ 所围成的区域, 试求 $\iint_D (x^2 + y^2 - x) dx dy$.

五、应用题 (本大题共 9 分)

24. 求曲线 $y = \ln x$ 在区间 $(2, 6)$ 内的一条切线, 使得该切线与直线 $x=2, x=6$ 及曲线 $y = \ln x$ 所围成的图形的面积最小.

六、证明题 (本大题共 5 分)

25. 证明: 方程 $x^3 - 3x + 1 = 0$ 在区间 $[0, 1]$ 上不可能有两个不同的根.